PART2 等比数列の一般項

要点① 与えられた2項から等比数列の一般項を求める

第3項が -12，第5項が -48 である等比数列 $\{a_n\}$ の一般項を求める。

初項を　，公比を　とすると，等比数列 $\{a_n\}$ の一般項は

$$a_n = ar^{n-1}$$

と表される。

$a_3 = -12$ より　　　　　　…… ①

$a_5 = -48$ より　　　　　　…… ②

②　①より　——＝——　　$r^2 = 4$　　よって $r=$

$r=2$ のとき

①より　$4a=-12$　　$a=-3$

よって　$a_n=-3\cdot 2^{n-1}$

$r=-2$ のとき

①より　$4a=-12$　　$a=-3$

よって　$a_n=-3\cdot(-2)^{n-1}$

したがって，一般項は　$a_n=-3\cdot 2^{n-1}$ または $a_n=-3\cdot(-2)^{n-1}$

[MEMO]

2
(1) 第 4 項が 81，第 6 項が 729 である等比数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(2) 第 2 項が 48，第 5 項が -6 である等比数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。ただし，公比は実数とする。

Point Pickup

等比数列の一般項

等比数列 $\{a_n\}$ の一般項は，初項を a，公比を r とおくと，

$$a_n = ar^{n-1}$$

と表される。

a，r を求めるためには，与えられた項の条件から，a，r についての連立方程式を立てて解く。この連立方程式は，2 式を辺々割る(または一方の式を他方の式に代入する)ことで解くことができる。

第 2 講　PART2 確認問題

1 第 4 項が 24，第 6 項が 96 である等比数列 $\{a_n\}$ の一般項は，公比が正のとき，

$$a_n = \boxed{\text{ア}} \cdot \boxed{\text{イ}}^{n-1}$$

公比が負のとき，

$$a_n = -\boxed{\text{ウ}} \cdot \left(-\boxed{\text{エ}}\right)^{n-1}$$

である。

2 第 3 項が 18，第 6 項が -486 である等比数列 $\{a_n\}$ の一般項は，

$$a_n = \boxed{\text{オ}} \cdot \left(-\boxed{\text{カ}}\right)^{n-1}$$

である。ただし，公比は実数とする。

PART2 等比数列の一般項

2 (1) 第4項が81，第6項が729である等比数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(2) 第2項が48，第5項が -6 である等比数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。ただし，公比は実数とする。

[解答]

(1) 初項を a，公比を r とおくと，一般項は

$$a_n = ar^{n-1}$$

$a_4 = 81$ より　$ar^3 = 81$　……　①

$a_6 = 729$ より　$ar^5 = 729$　……　②

②÷①より $\dfrac{ar^5}{ar^3} = \dfrac{729}{81}$　　$r^2 = 9$　　よって $r = \pm 3$

$r = 3$ のとき

①より　$27a = 81$　　$a = 3$

よって　$a_n = 3 \cdot 3^{n-1} = 3^n$

$r = -3$ のとき

①より $-27a = 81$　　$a = -3$

よって $a_n = -3 \cdot (-3)^{n-1} = (-3)^n$

したがって，一般項は　$a_n = 3^n$ または $a_n = (-3)^n$

(2) 初項を a，公比を r とおくと，一般項は

$$a_n = ar^{n-1}$$

$a_2 = 48$ より　$ar = 48$　……　①

$a_5 = -6$ より　$ar^4 = -6$　……　②

②÷①より $\dfrac{ar^4}{ar} = \dfrac{-6}{48}$　　$r^3 = -\dfrac{1}{8}$　　r は実数より $r = -\dfrac{1}{2}$

このとき①より　$-\dfrac{1}{2}a = 48$　　$a = -96$

よって，一般項は　$a_n = -96 \cdot \left(-\dfrac{1}{2}\right)^{n-1}$

第2講　PART2 確認問題 解答

1

[正解] ア：3，イ：2，ウ：3，エ：2

[解説]

初項を a，公比を r とすると，

$$a_n = ar^{n-1}$$

$a_4 = 24$ より，$ar^3 = 24$　……①　[A]

$a_6 = 96$ より，$ar^5 = 96$　……②

② ÷ ①より，$\dfrac{ar^5}{ar^3} = \dfrac{96}{24}$　[B]

$$r^2 = 4$$

よって，$r = \pm 2$

$r = 2$ のとき，①より，$a = 3$

よって，$\boldsymbol{a_n = 3 \cdot 2^{n-1}}$

$r = -2$ のとき，①より，$a = -3$

よって，$\boldsymbol{a_n = -3 \cdot (-2)^{n-1}}$

[A]　a と r の連立方程式をつくって解く。

[B]　a を消去する。

2

[正解] オ：2，カ：3

[解説]

初項を a，公比を r とすると，

$$a_n = ar^{n-1}$$

$a_3 = 18$ より，$ar^2 = 18$　……①　[C]

$a_6 = -486$ より，$ar^5 = -486$　……②

② ÷ ①より，$\dfrac{ar^5}{ar^2} = \dfrac{-486}{18}$　[D]

$$r^3 = -27$$

公比は実数より，$r = -3$

このとき，①より，$9a = 18$　　$a = 2$

したがって，求める一般項は，

$$\boldsymbol{a_n = 2 \cdot (-3)^{n-1}}$$

[C]　a と r の連立方程式をつくって解く。

[D]　a を消去する。